

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОГНОЗУВАННЯ ВИНИКНЕННЯ ПРОСТРОЧЕНОЇ ЗАБОРГОВАНOSTІ ПОЗИЧАЛЬНИКІВ

Модель, дає змогу відокремити позичальників, які мають прострочену заборгованість за кредитами або за відсотками від позичальників, у яких такої заборгованості немає. Ця модель призначена для короткострокових кредитів (до 1 року). Модель включає показники такі, як:

- коефіцієнт покриття (K_n), тобто відношення поточних активів (2-й і 3-й розділи активу балансу) до короткострокових зобов'язань (3-й розділ пасиву балансу);
- коефіцієнт фінансової залежності ($K_{\phi 3}$), тобто відношення позичених коштів (2-й і 3-й розділи пасиву балансу) до загальної вартості активів (валюта балансу).

Наведемо алгоритм знаходження такої моделі.

Нехай у нас є дві сукупності позичальників: x (без простроченої заборгованості) та y (з простроченою заборгованістю).

$$x = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{1n1} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{2n2} \end{pmatrix}; \quad y = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & y_{1n1} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & y_{2n2} \end{pmatrix},$$

де n_1 — кількість позичальників сукупності X ;

n_2 — кількість позичальників сукупності Y ;

x_{1j}, y_{11} — коефіцієнти покриття (K_n);

x_{2j}, y_{21} — коефіцієнти фінансової залежності ($K_{\phi 3}$), $j = 1, \dots, n_1$;

$l = 1, \dots, n_2$.

Алгоритм

1. Визначаємо для матриць вхідних даних X та Y оцінки векторів середніх значень \bar{x} і \bar{y} коваріаційних матриць S_x і S_y :

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{pmatrix}; \quad S_x = \begin{pmatrix} S_{11(x)} & S_{12(x)} \\ S_{21(x)} & S_{22(x)} \end{pmatrix};$$

$$\bar{y} = \begin{pmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \end{pmatrix}; \quad S_y = \begin{pmatrix} S_{11(y)} & S_{12(y)} \\ S_{21(y)} & S_{22(y)} \end{pmatrix},$$

$$\text{де } \bar{x}_j = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} x_{ij}; \quad \bar{y}_j = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} y_{ij}$$

$$S_{kj(x)} = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} (x_{ij} - \bar{x}_j)(x_{ik} - \bar{x}_k) = \overline{x_j x_k} - \bar{x}_j \bar{x}_k; \quad S_{kj(x)} = S_{jk(x)};$$

$$S_{kj(y)} = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} (y_{ij} - \bar{y}_j)(y_{ik} - \bar{y}_k) = \overline{y_j y_k} - \bar{y}_j \bar{y}_k; \quad S_{kj(y)} = S_{jk(y)}; \quad (j=1,2).$$

2. Знаходимо оцінки дискримінантної функції:

$$Z_x = x^t * a, Z_y = y^t * a$$

де x^t, y^t транспоновані до x та y матриці.

3. Обчислюємо середні значення:

$$\bar{Z}_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n_1} Z_{xi}; \quad \bar{Z}_y = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} Z_{yi}$$

4. Знаходимо межу дискримінації:

$$c = \frac{1}{2}(\bar{Z}_x + \bar{Z}_y)$$

5. Записуємо дискримінантну модель:

$$Z = a_1 z_1 + a_2 z_2.$$

Якщо $Z \geq C$, то позичальника слід віднести до сукупності X , а якщо $Z < C$, то до сукупності Y .

Далі побудуємо математичну модель прогнозування виникнення простроченої заборгованості позичальників одного з відділень банку. Для цього використаємо отримані дані коефіцієнта покриття та коефіцієнта фінансової залежності за певний період. Їх можна зобразити у вигляді таблиці.

$X=$	K_{Π}	1,0	1,1	1,3	0,9	1,1	1,5	0,8	0,5	1,3	0,8
$Y=$	$K_{\Phi\text{з}},$ (%)	34	65	73	43	45	50	56	36	47	76

$X=$	K_{Π}	0,5	0,2	0,4	0,6	0,9	0,7	1,0	1,3	1,3
$Y=$	$K_{\Phi\text{з}},$ (%)	93	66	70	60	87	68	54	68	69

Для побудови моделі:

1. Визначаємо для матриць вхідних даних X та Y оцінки векторів середніх значень \bar{x}, \bar{y} та коваріаційних матриць S_x і S_y :

$$\bar{x}_1 = 1/10 \sum x_{i1} = 1/10 (1,0 + 1,1 + 1,3 + 0,9 + 1,1 + 1,5 + 0,8 + 0,5 + 1,3 + 0,8) = 1/10 * 10,3 = 1,03;$$

$$\bar{x}_2 = 1/10 \sum x_{i2} = 1/10 (34 + 65 + 73 + 43 + 45 + 50 + 56 + 36 + 47 + 76) = 1/10 * 525 = 52,5;$$

$$\bar{y}_1 = 1/9 \sum y_{i1} = 1/9 (0,5 + 0,2 + 0,4 + 0,6 + 0,9 + 0,7 + 1,0 + 1,3 + 0,8) = 1/9 * 6,4 = 0,711$$

$$\bar{y}_2 = 1/9 \sum y_{i2} = 1/9 (93 + 66 + 70 + 60 + 87 + 68 + 54 + 68 + 69) = 1/9 * 635 = 70,6$$

Величини x_1x_1 , x_1x_2 , x_2x_2 , y_1y_1 , y_1y_2 , y_2y_2 легко обчислити за відповідними формулами.

Обчислюємо також:

$$S_{11(x)} = x_1x_1 - \bar{x}_1\bar{x}_1 = 1,14 - 1,03^2 = 1,14 - 1,06 = 0,08;$$

$$S_{12(x)} = x_1x_2 - \bar{x}_1\bar{x}_2 = 54,83 - 1,03 * 52,5 = 54,83 - 54,08 = 0,75;$$

$$S_{21(x)} = S_{12(y)} = -0,44;$$

$$S_{22(x)} = x_2x_2 - \bar{x}_2\bar{x}_2 = 2950,1 - 52,5^2 = 2950,1 - 2756,25 = 193,85 = 193,85;$$

$$S_{11(y)} = y_1y_1 - \bar{y}_1\bar{y}_1 = 0,60 - 0,71 = 0,60 - 0,50 = 0,1;$$

$$S_{12(y)} = y_1y_2 - \bar{y}_1\bar{y}_2 = 49,69 - 0,71 * 70,6 = 49,69 - 50,13 = -0,44;$$

$$S_{22(y)} = S_{12(y)} = -0,44;$$

$$S_{22(y)} = y_2y_2 - \bar{y}_2\bar{y}_2 = 5111 - 70,6^2 = 5111 - 4984,36 = 126,64.$$

2. Обчислюємо середні значення:

$$\bar{Z}_x = 1/10 (-0,31 - 3,38 - 3,57 - 1,64 - 1,18 - 0,36 - 3,42 - 2,25 - 0,71 - 5,62) =$$

$$= 1/10 (-22,44) = -2,244;$$

$$\bar{Z}_y = 1/9 (-8,52 - 6,57 - 6,33 - 4,54 - 6,48 - 5,08 - 2,51 - 3,02 - 4,85) =$$

$$= 1/9 (-47,9) = -5,322.$$

3. Знаходимо межу дискримінації:

$$C = 0,5 (-2,244 - 5,322) = 1/2 (-7,566) = -3,783.$$

4. Записуємо дискримінантну модель:

$$Z = 3,43 Z_1 - 0,11 Z_2$$

Модель прогнозування виникнення простроченої заборгованості позичальників-підприємств торгівлі має такий вигляд:

$$Z_T = -3,43 K_{\Pi} + 0,11 K_{\Phi 3} - 3,78.$$

При $Z_T = 0$ маємо рівняння дискримінантної границі. Для позичальників — підприємств торгівлі, в яких $Z_T = 0$, ймовірність виникнення простроченої заборгованості за кредитами або за відсотками за ними дорівнює 0,5. Якщо $Z_T < 0$, то ця ймовірність менша 0,5 і зменшується зі зменшенням Z_T , а якщо $Z_T > 0$, то вона більша 0,5 і зростає із зростанням Z_T .

У результаті отримуємо інтервал $\Delta Z (-1,27; 1,84)$.

Тоді можна зробити таку градацію ймовірності виникнення простроченої заборгованості залежно від значення Z : до $-1,27$ — дуже низька, від $-1,27$ до 0 — низька, від 0 до $1,84$ — висока, більше $1,84$ — дуже висока. Враховуючи те, що $\min K_{\Phi 3} = 0$, а $\max K_{\Phi 3} = 100\%$, можна зробити такі висновки:

1. Для позичальників — підприємств торгівлі, у яких значення $K_{\Phi 3} < 34,4\%$, ймовірність виникнення простроченої заборгованості за кредитами або за відсотками за ними менше 0,5 незалежно від значення K_{Π} .

2. Для позичальників — підприємств торгівлі, в яких значення $K_{\Pi} > 2,1$, ймовірність виникнення простроченої заборгованості за кредитами або за відсотками за ними менше 0,5 незалежно від значення $K_{\Phi 3}$.

Отже, для практичної реалізації запропонованої моделі прогнозування виникнення простроченої заборгованості позичальників є наявність ретроспективних даних щодо фінансового стану позичальника та сценаріїв можливих варіантів розвитку подій як на світовому, так і на українському фінансових ринках. Адекватність результатів прогнозування за даною моделлю залежить від обсягу та якості навчальної вибірки. У випадку недостатнього обсягу даних щодо кредитних історій позичальників для вирішення задачі прогнозування можуть бути розроблені моделі на підґрунті експертних методів, які досить часто задіяні у практиці ризик-менеджменту комерційних банків. Побудована модель дає можливість банкам-кредиторам проводити моніторинг наданих позик, оцінювати ймовірність настання дефолту позичальників. Використання цієї моделі дозволить комерційним банкам зменшити частку проблемних позик у поточному кредитному портфелі та надавати кредити позичальникам, що є найменш ризикованими.

Використані джерела

1. Гуріна О.В. Статистичне моделювання та прогнозування у фінансах: Навч. посібник / О.В. Гуріна, Н.О. Корнева. – Миколаїв: Видавець Румянцева Г.В., 2023.

2. Системні науки і кібернетика. Науковий електронний збірник НТУУ “КПІ”, №6, 2017.